

ADRIAN ZANOSCHI, IOANA ANTON, CIPRIAN BAGHIU,
CORNELIU BRĂDĂȚEANU, IRINA CĂPRARU,
MIHAELA CIANGA, SILVIANA IONESEI,
REMUS NECHITA, VASILE NECHITA,
ANDREI PLUGARIU, CODRIN PRECUPANU

Probleme de aritmetică pentru performanță

metode de rezolvare și 121 de teste cu rezolvări

clasele IV-V

<i>CUVÂNT-ÎNAINTE</i>	5
 LECȚIA 1. SCRIEREA ȘI CITIREA NUMERELOR NATURALE. COMPARAREA ȘI ORDONAREA NUMERELOR NATURALE	7
LECȚIA 2. ADUNAREA ȘI SCĂDEREA NUMERELOR NATURALE	10
LECȚIA 3. ÎNMULȚIREA NUMERELOR NATURALE. FACTOR COMUN	12
LECȚIA 4. ÎMPĂRȚIREA EXACTĂ (CU REST ZERO) A NUMERELOR NATURALE	14
LECȚIA 5. ORDINEA EFECTUĂRII OPERAȚIILOR	17
LECȚIA 6. TEOREMA ÎMPĂRȚIRII CU REST	19
LECȚIA 7. DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE	22
LECȚIA 8. NUMERE PARE. NUMERE IMPARE	26
LECȚIA 9. PROBLEME DE NUMĂRARE	29
LECȚIA 10. ȘIRURI	35
LECȚIA 11. ECUAȚII	38
LECȚIA 12. METODA REDUCERII LA UNITATE	40
LECȚIA 13. METODA GRAFICĂ	42
LECȚIA 14. PROBLEME DE SUMĂ ȘI DIFERENȚĂ	45
LECȚIA 15. PROBLEME DE SUMĂ ȘI RAPORT	47
LECȚIA 16. PROBLEME COMBINATE	49
LECȚIA 17. METODA FALSEI IPOTEZE	51
LECȚIA 18. FRAȚII	55
LECȚIA 19. METODA MERSULUI INVERS	59
LECȚIA 20. METODA REDUCERII LA ABSURD	62
LECȚIA 21. PROBLEME DE GEOMETRIE	64
LECȚIA 22. PROBLEME DE MIȘCARE	68
LECȚIA 23. PRINCIPIUL CUTIEI	71
LECȚIA 24. INVARIANTI	73
LECȚIA 25. PROBLEME DE LOGICĂ ȘI PERSPICACITATE	75
 TESTE	80
 INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	142

SCRIEREA ȘI CITIREA NUMERELOR NATURALE. COMPARAREA ȘI ORDONAREA NUMERELOR NATURALE

1. Se consideră numărul 93 425 877.

- Aflați de câte ori este mai mică cifra sutelor de mii față de cifra sutelor.
- Determinați cu cât este mai mare cifra zecilor de milioane față de cifra unităților.

Soluție:

a) Se observă că cifra sutelor de mii este 4, iar cifra sutelor este 8, deci prima este mai mică decât a doua de două ori; b) Cifra zecilor de milioane este 9, iar cifra unităților este 7, așadar răspunsul la cerința de la subpunctul b) este 2.

2. Cele 18 numere de patru cifre, formate folosind toate cifrele 0, 1, 2 și 8, se scriu în ordine crescătoare. Găsiți care este cel de-al șaptelea număr din șirul astfel format (de la stânga la dreapta).

Soluție:

Sunt exact șase numere care încep cu cifra 1 și care respectă cerințele din enunț: 1028, 1082, 1208, 1280, 1802, 1820. Evident, al șaptelea număr, în ordine crescătoare, care îndeplinește condițiile cerute, este 2018.

3. Determinați toate numerele naturale de două cifre, $\overline{xy}$, care au proprietatea că cifrele lor x și y îndeplinesc condiția $\overline{7x5} \geq \overline{756} > \overline{x57} \geq \overline{yxy}$.

Soluție:

Din prima inegalitate rezultă că $x \geq 6$, iar din a doua inegalitate rezultă că $x \leq 6$, deci $x = 6$. Înlocuind pe x cu 6 în ultima inegalitate, obținem relația $657 \geq \overline{y6y}$, de unde deducem că y poate avea oricare dintre următoarele valori: 1, 2, 3, 4, 5. Drept urmare, soluțiile problemei sunt: 61, 62, 63, 64 și 65.

4. Scrieți, cu ajutorul cifrelor, următoarele numere naturale: a) cincizeci și nouă; b) trei sute șapte; c) o mie trei sute trei zeci; d) douăzeci și nouă de mii cinci sute trei zeci și nouă; e) o sută trei mii doi; f) trei milioane optzeci și trei de mii douăzeci și cinci; g) cincizeci și două de miliarde o sută trei milioane trei sute cincizeci de mii două sute nouă; h) patru bilioane șase sute de miliarde nouă zeci de milioane două sute șaptezeci și nouă.

5. Scrieți, în cuvinte, următoarele numere naturale: a) 95; b) 221; c) 2018; d) 88 128; e) 314 271; f) 21 307 230; g) 7 566 435 712.

- 6. Răspundeți la următoarele întrebări:**
a) Câte mii sunt într-un milion?
b) Câte zeci de mii sunt într-un miliard?

Respectați drepturile copiilor și părinților

- 7.** a) Rotunjiți la zeci următoarele numere naturale: 231, 1097, 84 355.
b) Rotunjiți la sute următoarele numere naturale: 449, 5760, 84 352.
c) Rotunjiți la mii următoarele numere naturale: 731, 1097, 23 557.
- 8.** Scrieți toate numerele naturale care, prin rotunjire la zeci, dau numărul 70.
- 9.** Într-un an, un fermier a recoltat din livada sa 12 397 kg de mere. El a trebuit să pună merele în lăzi de 100 kg. Aflați numărul minim de lăzi de care a avut nevoie fermierul.
- 10.** La o librărie sunt 213 creioane de același fel. Creioanele trebuie ambalate în cutii. În fiecare cutie încap cel mult 10 creioane. Aflați numărul maxim de cutii care pot fi umplute complet.
- 11.** Determinați numărul natural cu proprietatea că suma dintre predecesorul său și succesorul său este egală cu 2356.
- 12.** Determinați toate numerele naturale cu proprietatea că predecesorul și succesorul fiecăruia dintre numerele căutate au, împreună, cinci cifre.
- 13.** Determinați:
a) cel mai mare număr natural par, mai mic decât 1000;
b) cel mai mare număr natural par, mai mic decât 1000 și format din cifre distincte;
c) cel mai mic număr care este mai mare decât 1000 și are produsul cifrelor diferit de zero;
d) cel mai mic număr, cu cifre distincte, care este mai mare decât 1000 și are produsul cifrelor diferit de zero.
- 14.** Adăugăm cifra 5 la începutul numărului 201 643 sau la sfârșitul lui ori intercalăm cifra 5 între două cifre ale lui 201 643. Găsiți cel mai mic și cel mai mare număr care se pot obține astfel.
- 15.** Scrieți cel mai mare număr natural format din șase cifre distincte care este mai mic decât numărul 377 777.
- 16.** a) Scrieți cel mai mare număr natural de șapte cifre cu suma cifrelor 14.
b) Scrieți cel mai mic număr natural de șapte cifre cu suma cifrelor 4.
- 17.** Aflați câte numere naturale, mai mari decât o sută de mii, sunt formate din cifre consecutive, scrise în ordine crescătoare, de la stânga la dreapta.
- 18.** Determinați cel mai mic număr natural n , care este mai mare decât 2018 și are proprietățile: sumele cifrelor numerelor n și 2018 sunt egale, dar produsele cifrelor lor sunt diferite.

19. Determinați cel mai mic număr natural, mai mare decât 1001, cu proprietatea că suma cifrelor sale este mai mică decât produsul cifrelor sale.
20. Determinați cifrele x și y , știind că: a) $\overline{2x3} = \overline{27y}$; b) $\overline{9x3} = \overline{yy3}$; c) $\overline{3x6} < \overline{30y}$.
21. Scrieți toate numerele naturale de două cifre, $\overline{xy}$, care au proprietatea că cifrele lor, x și y , îndeplinesc condiția $\overline{20x10} > \overline{208y1}$.
22. Calculați diferența dintre cel mai mare și cel mai mic număr care se pot obține din numărul 8 345 971 eliminând exact două cifre de fiecare dată.
23. Cu cifrele de la 2 la 7, fiecare folosită o singură dată, se pot forma două numere de trei cifre. Aflați care este cea mai mare diferență posibilă dintre două astfel de numere.
24. Cu cifrele 1, 2, ..., 9, fiecare folosită o singură dată, se pot forma trei numere: unul de două cifre, unul de trei cifre și unul de patru cifre. Aflați care este cea mai mare sumă care se poate obține adunând aceste trei numere.
25. Fie numerele $\overline{aaaa}$, $\overline{abab}$, $\overline{bbbb}$, $\overline{baba}$, $\overline{aabb}$, $\overline{abba}$, $\overline{baab}$, unde $b > a > 0$. Ordonati crescător numerele considerate.
26. Aflați cel mai mic și cel mai mare număr natural care îndeplinesc următoarele condiții: au șapte cifre dintre care exact o cifră care se repetă de patru ori, iar celelalte cifre se pot repeta de cel mult două ori.
27. Determinați numărul natural care îndeplinește simultan următoarele condiții:
i) este mai mic sau egal cu 2017;
ii) suma cifrelor sale este cea mai mare posibilă;
iii) cifrele sale sunt diferite două câte două.
28. Fie x și y două numere naturale, cuprinse între 51 și 68, cu proprietatea că suma cifrelor lui x este cea mai mare sumă posibilă, iar cea a lui y este cea mai mică sumă posibilă. Comparați numerele x și y .
29. Aflați toate numerele de forma $\overline{TEST}$, mai mici decât răsturnatele lor și mai mari decât 9730 (oricare două litere diferite reprezintă cifre diferite, iar literele care apar de mai multe ori reprezintă aceeași cifră).
30. Determinați cel mai mic număr natural de forma $\overline{TESTNEGRUZZI}$, cu cifrele nenule, știind că oricare două litere diferite reprezintă cifre diferite, iar literele care apar de mai multe ori reprezintă aceeași cifră.

✱ TESTUL 1 ✱

1. Calculați: $5 \cdot 53 - \{4 \cdot [5 + (6 - 2) \cdot 7] : 3\} \cdot 6$.
2. Calculați $a + b$, știind că $a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b = 49$.
3. Aflați numărul natural cu proprietatea că, dacă mărim cu 50 sfertul său, obținem un număr cu 15 mai mare decât jumătatea sa.
4. Determinați numărul impar $\overline{abc}$, știind că $\overline{ab}$ împărțit la c dă câtul 5 și restul 7.
5. Diferența a două numere este 14. Dacă se împarte primul număr la al doilea se obțin câtul 5 și restul 2. Găsiți cele două numere.
6. Suma a cinci numere naturale consecutive este 510. Determinați cel mai mic dintre cele cinci numere.
7. Dintr-o livadă s-au cules 90 de kilograme de prune. Din fiecare 9 kilograme s-au oprit câte 5 kilograme pentru gem, iar restul a fost depozitat în lădițe de câte 8 kilograme. Aflați câte kilograme s-au folosit pentru gem și câte lădițe au fost necesare.

✱ TESTUL 2 ✱

1. Determinați numărul natural x , știind că $\{2 \cdot [14 + (5 + x) : 6] - 5\} : 9 + 7 = 10$.
2. Determinați toate numerele naturale $\overline{ab}$, cu proprietatea că $7 \cdot a + 2 \cdot b = 40$.
3. Aflați numerele naturale a , b și c ($a < b < c$), știind că sunt numere pare consecutive și suma lor este cel mai mic număr format din trei cifre diferite.
4. Doi copii au împreună 120 lei. Dacă primul i-ar da celuiilalt 25 lei, atunci cei doi ar avea sume egale. Determinați câți lei are fiecare.
5. Într-o urnă sunt bile albe, galbene și roșii. Aflați câte bile sunt în urnă, știind că 36 nu sunt albe, 32 nu sunt galbene și 28 nu sunt roșii.
6. Dacă deschidem o carte exact la mijloc, observăm că suma numerelor de pe cele două pagini vecine este 201. Determinați câte pagini are cartea.
7. O carte și un stilou costă 25 lei, iar două cărți și trei stilouri costă 60 lei. Aflați câți lei costă o carte și câți lei costă un stilou (toate cărțile au același preț și toate stilourile au același preț).

TESTUL 3

1. Calculați: $300 - 274 + (45 - 8 \cdot 3 : 4 \cdot 6) \cdot 2$.
2. Aflați suma dintre dublul jumătății numărului 18 și triplul treimii numărului 12.
3. O panglică de 20 de metri se taie în bucăți egale. Determinați câți metri are fiecare bucată, dacă se știe că se fac patru tăieturi.
4. Ana a scris pe tablă toate numerele pare mai mici decât 140. Aflați de câte ori a folosit ea cifra 3.
5. Iulia s-a gândit la un număr. Determinați numărul, știind că, dacă Iulia îl înmulțește cu 100 și adaugă la rezultat 999, obține cel mai mare număr de patru cifre.
6. Pentru a cumpăra cinci mingi, lui Andrei îi mai trebuie 26 lei. Dacă ar cumpăra doar două mingi, i-ar rămâne 10 lei. Aflați câți lei costă o minge.
7. Un călător a împărțit în cinci părți egale drumul pe care și-a propus să-l parcurgă. După ce a parcurs două părți, a făcut o oprire și a observat că, dacă ar mai merge 7 km, i-ar rămâne de parcurs tot atât cât făcuse până la oprire. Câți kilometri are drumul?

TESTUL 4

1. Determinați numărul natural x , știind că $45 - x : 3 = 20$.
2. Calculați suma tuturor numerelor de trei cifre diferite, care au produsul cifrelor 6.
3. Diferența dintre două numere naturale este 90. Aflați numerele, știind că unul este de trei ori mai mare decât celălalt.
4. Perimetrul unui pătrat este egal cu latura altui pătrat, iar suma dintre o latură a unuia dintre cele două pătrate și o latură a celui alt pătrat este egală cu 25 de metri. Determinați lungimile laturilor celor două pătrate (în metri).
5. Aflați câte numere de trei cifre se împart exact la 9.
6. Într-o cutie sunt 52 de bile galbene și verzi, dintre care 24 sunt mici. Un sfert dintre bilele mici sunt galbene, iar jumătate dintre cele mari sunt verzi. Aflați câte bile din fiecare culoare sunt.
7. Una, Lia și Iana au, împreună, 56 de ani. Vârsta Ianei reprezintă o șesime din suma vârstelor celorlalte două fete, iar Lia este cu 8 ani mai mare decât Una. Determinați câți ani are fiecare dintre cele trei fete.

LECȚIA 1. SCRIEREA ȘI CITIREA NUMERELOR NATURALE. COMPARAREA ȘI ORDONAREA NUMERELOR NATURALE

4. a) 59; b) 307; c) 1330; d) 29 539; e) 103 002; f) 3 083 025; g) 52 103 350 209; h) 4 600 090 000 279.
 5. a) nouăzeci și cinci; b) două sute douăzeci și unu; c) două mii optsprezece; d) optzeci și opt de mii o sută douăzeci și opt; e) trei sute paisprezece mii două sute șaptezeci și unu; f) douăzeci și unu de milioane trei sute șapte mii două sute treizeci; g) șapte miliarde cinci sute șazeci și șase de milioane patru sute treizeci și cinci de mii șapte sute doisprezece. 6. a) 1000; b) 100 000. 7. a) 230, 1100, 84 360; b) 400, 5800, 84 400; c) 1000, 1000, 24 000. 8. 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74. 9. 124. 10. 21. 11. 1178. 12. 99 și 100. 13. a) 998; b) 986; c) 1111; d) 1234. 14. 2 015 643, 5 201 643. 15. 376 985. 16. a) 9 500 000; b) 1 000 003. 17. Sunt 10 numere: 123 456, 234 567, 345 678, 456 789, 1 234 567, 2 345 678, 3 456 789, 12 345 678, 23 456 789, 123 456 789. 18. 2117. 19. 1125. 20. a) $x = 7, y = 3$; b) $x = y = 9$; c) $x = 0, y = 7$ sau $x = 0, y = 8$ sau $x = 0, y = 9$. 21. 80, 90, 91, 92, ..., 98, 99. 22. $85\,971 - 34\,571 = 51\,400$. 23. 531. 24. 10 656. 25. $aaaa < aabb < abab < abba < baab < baba < bbbb$. 26. 1 000 012, 9 999 887. 27. 1987. 28. Evident, $x = 59$ și $y = 60$, deci $x < y$. 29. 9789. 30. 123 142 567 889.

LECȚIA 2. ADUNAREA ȘI SCĂDEREA NUMERELOR NATURALE

4. 7 moduri: $6 + 0 + 0, 5 + 1 + 0, 4 + 1 + 1, 4 + 2 + 0, 3 + 2 + 1, 3 + 3 + 0, 2 + 2 + 2$ și 21 de numere de trei cifre: 600, 105, 150, 501, 510, 114, 141, 411, 204, 240, 402, 420, 123, 132, 213, 231, 312, 321, 303, 330, 222. 5. 5 numere: 50, 61, 72, 83 și 94. 6. Numărul natural x poate lua toate valorile de la 4 la 12, inclusiv. 7. a) 4007; b) 29; c) 2000; d) 1000; e) 2000; f) 1918. 8. a) 1225; b) 25; c) 625; d) 26. 9. a) 14, 17, 20; b) 6053; c) 15 050. 10. 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 și 16. 11. a) Suma este $10\,000 + 99\,999 = 109\,999$, iar diferența este $99\,999 - 10\,000 = 89\,999$; b) Suma este $98\,765 + 10\,234 = 108\,999$, iar diferența este $98\,765 - 10\,234 = 88\,531$. 12. a) $x = 7\,000$; b) $x = 999$; c) $x = 349$; d) $x = 18$; e) $x = 5$. 13. a) $x \in \{5, 6, 7, \dots, 16\}$; b) $x \in \{10, 11, 12, \dots, 20\}$; c) $x \in \{7, 8, 9, \dots, 17\}$. 14. $a = 21, b = 9, c = 30$. 15. $x = 25$. 16. 4 soluții: două numere (10 și 11), 3 numere (6, 7 și 8), 6 numere (1, 2, 3, 4, 5 și 6) sau 7 numere (0, 1, 2, 3, 4, 5 și 6). 17. 16 soluții, adică perechile (0, 15), (1, 14), (2, 13), ..., (15, 0). 18. 136 de soluții. 19. a) 1717; b) 850; c) 198 768; d) 1 015 056. 20. a) $x = 10$; b) $x = 22$; c) $x = 62$; d) $x = 10$. 21. 198. 22. 8712. 23. $(10 - 1) + (100 - 1) + \dots + (\underbrace{10\dots0}_{10} - 1) = \underbrace{11\dots1}_{10}10 - 10 = \underbrace{11\dots1}_{9}100$. 24. Din

exercițiul precedent, avem $3 \cdot a = \underbrace{11\dots1}_{9}100$, deci $a = 3\,703\,703\,700$, iar suma cifrelor lui a este

30. 25. 400 de perechi.

LECȚIA 3. ÎNMULTIREA NUMERELOR NATURALE. FACTOR COMUN

3. $281 \cdot 6 = 1686$. 4. Cum $18 = 1 \cdot 2 \cdot 9 = 1 \cdot 3 \cdot 6 = 2 \cdot 3 \cdot 3$, deducem că sunt 15 numere. 5. a) 20 170; b) 20 500; c) 18 000; d) 203; e) 9300; f) 79 992; g) 35 653; h) 28 080; i) 0; j) 1001. 6. a) 388; b) 22; c) 4300; d) 130; e) 9 990; f) 2018; g) 100. 7. a) $x \cdot z + y \cdot z = z(x + y) = 13 \cdot 77 = 1001$; b) $x + y = 101$; c) 144; d) 2. 8. a) $x + y + z = 12$; b) 12. 9. a) 555; b) 2106. 10. a) $x = 2$; b) $x = 4$; c) $x = 2$; d) $x = 8$. 11. a) 86; b) 43. 12. $x = 1, y = 2$. 13. $x = 6, y = 10, z = 15$. 14. $0 + 1 + 2 + \dots + 7 = 28$, deci produsul lor este 0. 15. $19 = 19 \cdot \underbrace{1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1}_{21}$, deci suma

30.

3	5	1	6	2	4
4	2	6	5	3	1
5	6	2	4	1	3
1	3	4	2	6	5
6	1	5	3	4	2
2	4	3	1	5	6

TESTUL 1

1. 1. 2. 8. 3. 140. 4. 529. 5. 17 și 3. 6. 100. 7. Pentru gem s-au folosit 50 kg de prune, iar pentru depozitarea prunelor rămase au fost necesare 5 lădițe.

TESTUL 2

1. 7. 2. 46. 3. $a = 32$, $b = 34$ și $c = 36$. 4. 85 lei și 35 lei. 5. Sunt 12 bile albe, 16 bile galbene și 20 bile roșii, deci 48 bile în total. 6. 200 de pagini. 7. O carte costă 15 lei, iar un stilou costă 10 lei.

TESTUL 3

1. 44. 2. 30. 3. 4 m. 4. Ana a folosit cifra 3 de 10 de ori: 30, 32, 34, 36, 38, 130, 132, 134, 136, 138. 5. 90. 6. 12 lei. 7. 35 km.

TESTUL 4

1. 75. 2. 1332. 3. 135 și 45. 4. 5 m și 20 m. 5. 100 de numere. 6. Sunt 20 de bile galbene (6 mici și 14 mari) și 32 de bile verzi (18 mici și 14 mari). 7. Una are 20 de ani, Lia are 28 de ani, iar Iana are 8 ani.

TESTUL 5

1. $x = 378$. 2. 174. 3. Alina a câștigat 300 de puncte, iar Doru a câștigat 423 de puncte. 4. $b = 3$. 5. 125 și 87. 6. 42. 7. În urmă cu 3 ani, Andrei avea 3 ani, iar George avea 6 ani.

TESTUL 6

1. 111. 2. 600. 3. 55. 4. Februarie (an bisect). 5. Sunt 10 numere: 400, 310, 301, 103, 130, 220, 202, 112, 121, 211. 6. La expoziție erau 14 crizanteme, 18 bostănei și 20 de tufănele. 7. 350 km.

TESTUL 7

1. 33. 2. 77. 3. 16 lei. 4. 13 băieți. 5. Andrei a avut 62 lei, Bogdan a avut 64 lei, iar Călin a avut 66 lei. 6. 11 ani. 7. Ana are 55 de timbre, iar Irina are 14 timbre.

TESTUL 8

1. 14. 2. 63. 3. 6 lei. 4. Sunt cinci numere: 15, 26, 37, 48, 59. 5. 200 de pagini. 6. 60 lei și 50 lei. 7. Vlad rezolvă 100 de probleme, iar Tudor rezolvă 60 de probleme.

TESTUL 9

1. $x = 6$. 2. 24. 3. 10 m. 4. 12 moduri. 5. 13 și 21. 6. 10 ani. 7. Florăreasa a avut 21 de trandafiri albi și 31 de trandafiri roșii.